

1. はじめに

粗面上の乱流は、実用上のほとんどの固体壁が粗面であることから、その乱流構造の解明が強く期待されている。従来の研究より、壁面近傍を離れた粗度高さ数倍以上の外層領域における乱れに関しては信頼できる知見が得られている。すなわち、この乱れは滑面との相似性を持ち、かつこの相似性は摩擦速度によってのみ決定されることである。一方で壁面付近の内層領域では状況が全く異なる。乱れの発生メカニズムが大きく異なるからである。滑面では粘性底層・バッファー層の不安定性 (Bursting 現象) によって乱れが生成されるのに対し、粗面では、マクロに見れば、粗度要素により生ずる後流の、主流・粗度要素との相互干渉が乱れ生成に重要な役割を果たしている。この相互干渉には、粗度要素の高さ、間隔および形状等が複雑に影響するため、現在でも粗面乱流を一般的に記述するまでには至っていない。

そこで、これらパラメータの影響を明らかにする手がかりとして、本研究では粗度形状に注目する。過去に行った実験では、三角形断面を持つ粗度の方が、円形断面粗度より流れに大きな抵抗を与えることが明らかになった。本研究では、数値的にこの事実を確認するとともに、この因果関係について考察することを主目的とする。

数値解析の手法としては、近年 LES (格子平均乱流モデル) や DNS (直接数値計算) 等高精度な計算手法の発展が著しいが、本研究では比較的簡便な k -モデルを用いた解析を試みる。ただし対象となる流れ場は、壁境界の影響を強く受けることから、乱流諸量の壁面挙動をモデルに組み込んだ低レイノルズ数型 k -モデルを計算モデルとして選んだ。本研究では粗度形状の流れに対するマクロな影響を検討することを目的とするため、本モデルでも研究の目的に十分見合った手法であると考えられる。

2. 数値解析手法

2-1 基礎方程式 低レイノルズ数型 k -モデルにおける基礎式は次の通りである。

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u_i u_j} \right\} \tag{2}$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} + P_k - (\overline{\varepsilon} + D) \tag{3}$$

$$\frac{\partial \overline{\varepsilon}}{\partial t} + U_j \frac{\partial \overline{\varepsilon}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \overline{\varepsilon}}{\partial x_j} \right\} + \frac{\overline{\varepsilon}}{k} (C_{\varepsilon 1} f_1 P_k - C_{\varepsilon 2} f_2 \overline{\varepsilon}) + E \tag{4}$$

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \tag{5}$$

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{6}$$

ただし、 $P_k = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ 、

$$\overline{\varepsilon} = \varepsilon - 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2 = \varepsilon - D$$

ν , k , P_k はそれぞれ動粘性係数, 乱流エネルギー $\overline{u_i u_j} / 2$, k の散逸率, k の生成項である。 f_1, f_2, f_μ はモデル関数で、それぞれ平均流による $\overline{\varepsilon}$ の生成, 変動流による $\overline{\varepsilon}$ の生成とその散逸, 渦粘性に対する壁の影響を表わす。 $C_1, C_2, C_\mu, \sigma_k, \sigma_\varepsilon$ はモデル定数である。また、 $\overline{\varepsilon}$ は D によって補正された擬似散逸率である。これは $\overline{\varepsilon}$ が壁面で D に漸近することを利用し、 $\overline{\varepsilon}$ の代わりに $\overline{\varepsilon}$ の輸送方程式(4)を解くことで、壁面境界条件を便宜的に 0 にできる。

2-2 低レイノルズ数型モデルの概要 本研究で使用したモデルは、Launder-Sharmaモデル(1974)と Abe-Naganoモデル(1992)である。以下それぞれLS, ANモデルと略記する。ANモデルでは、モデル関数中の鉛直長さスケールにkolmogorov長さをを用いたパラメータ y^* を導入することで、剥離・再付着を伴う流れ場を高い精度で解くことを可能にしている¹⁾。

表-1 モデル関数・モデル定数

モデル	D	E	C_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε	f_μ	f_1	f_2
Launder-Sharma	$2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y}\right)^2$	$2\nu \nu_t \left(\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial y^2}\right)^2$	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3	$\exp\left(\frac{-2.5}{1+R_t/50}\right)$	1.0	$1-0.3\exp(-R_t^2)$
Abe-Nagano	0	0	0.09	1.5	1.9	1.4	1.4	$\left\{1-\exp\left(-\frac{y^*}{14}\right)\right\}^2 \left[1+\frac{5}{R_t^{3/4}} \exp\left\{\left(\frac{R_t}{200}\right)^2\right\}\right]$	1.0	$\left\{1-\exp\left(-\frac{y^*}{3.1}\right)\right\}^2 \left[1-0.3\exp\left\{-\left(\frac{R_t}{6.5}\right)^2\right\}\right]$

(ただし $R_t = k^2/\nu\varepsilon$: 乱流レイノルズ数, $y^* = y/\eta$, $\eta = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$: kolmogorov 長さ, y : 壁面からの鉛直距離)

これらモデルの詳細を表-1 に示す.

2 - 3 計算領域および計算方法 計算は、図-1 に示すように、10 個の連続した粗度上の流れを対象とした。粗度高さは $k=14\text{mm}$ 、水深は $h=70\text{mm}$ である。三角形断面粗度の断面形状は直角二等辺三角形断面である。ここには示さないが、上の計算領域を周期的に繰り返し、合計 30 個の粗度流れの計算を行った結果、10 個配置した場合と計算結果に大きな差異が見られなかったため、10 個配置の場合でも十分乱れが発達したものと考えられる。計算は粗度間隔 L および粗度形状を変えて表-2、3 のように行った。実験データ (LDA 計測値) が存在するケースについては適宜実験結果と比較した。計算条件は実験とほぼ同条件である。また本研究では、二つの粗度要素とそれらの頂部を結ぶ線で囲まれた領域を、粗度領域と呼ぶこととする。

運動方程式の離散化には有限体積法を用い、移流

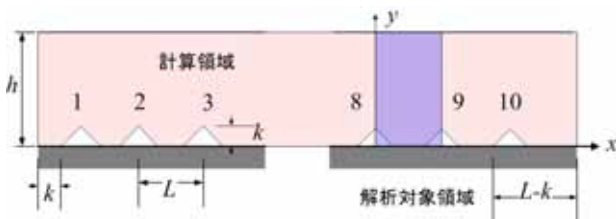


図-1 計算対象領域

表-2 計算ケース

L/k		16	12	10	8	6	4
三角形	tr1	tr4	tr5	tr6	tr7	tr9	tr10
四角形	ra1	ra4	ra5	ra6	ra7	ra9	ra10
実験							

: 両方, : 正方形のみ, : 三角のみ実験済

表-3 計算条件

水深 h	平均流速 U_m	動粘性係数 ν
[m]	[m/s]	[m ² /s]
0.07	0.17	1.00E-06
Reynolds数 Re	水路勾配 S	計算格子
11900	0.0005	不等間隔格子

項はハイブリッド法で差分化した。時間項には完全陰解法を使用した。圧力計算は運動方程式と連続式を組み合わせる解くSIMPLE法を用いた。境界条件は、壁面 ($y=0$) で $U=k=0$, $\bar{\varepsilon}=0$, 水面 ($y=h$) で $\partial U/\partial y = \partial k/\partial y = \partial \varepsilon/\partial y = 0$ とした。格子に関しては、モデルの性質から壁面付近の乱流諸量を正確に解く必要があるため、壁面近くの格子を密に取った不等間隔格子を用いた。また、壁からの第一格子点は $y^+=1$ を標準とした。

3. 相対粗度間隔 8 倍での数値計算結果

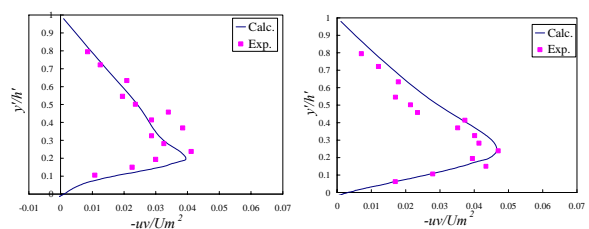
ここでは、従来の研究から最も抵抗が大きいとされる相対粗度間隔 $L/k=8$ で、粗度断面形状による流れの違いについて比較を行う。4 ページ目図-8 より、三角形 ($\theta=45^\circ$) と正方形断面の間には、明らかな抵抗特性の違いが確認された。

3-1 レイノルズ応力分布 乱流の代表的な特性値であるレイノルズ応力の分布を図-2 に示す。各断面

面でピーク位置、その分布形を良好に再現しており、本計算でも、粗面の持つ複雑な乱流構造を表現できたと考えられる。

3-2 平均流の構造 図-4 は AN モデルによって計算された平均流の構造を、 $L/k=8$ の実験結果と比較したものである。LS モデルでもほぼ同じ結果が得られたため、今後 AN モデルの結果のみを示す。再

附着点の位置は $x/k=6$ 付近で、実験結果よりはやや長い。一方正方形断面の計算結果では $x/k=3$ 付近で



(a) $x/k=0.2$ (b) $x/k=0.8$

図-2 レイノルズ応力の分布

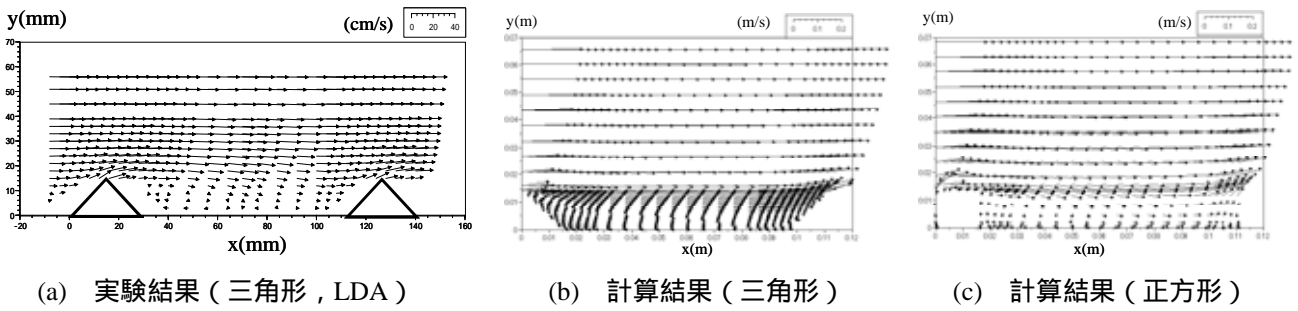


図-3 $L/k = 8$ における平均流ベクトル図

再附着しており，ここには示さないがほぼ実験値と同程度であった．また計算結果で見れば三角形の半分である．図-4 は粗度領域境界面， $y=k$ における鉛直方向平均流速の分布である．三角形では，粗度領域中央部の主流の粗度領域への入り込みを過小に評価している．また粗度直後では，再循環渦の上向き流れを再現できなかった．これは計算では再循環渦の鉛直スケールが小さくなったことを意味する．正方形では実験計測点が少なく明確な議論ができないが，概ね傾向は再現している．

3 - 3 エネルギー収支 平均流のエネルギーについて，乱流エネルギーの生産項 P_k と外部からのエネルギー供給項 $\Pi = -(U/\rho)(\partial P/\partial x)$ を図-5 に示す．の分布を見ると，三角形粗度流れが外層でより多くのエネルギー供給を受けている．また P_k の分布から，三角形粗度の方が効率的に乱流エネルギーの生産が行われ，三角の断面形状がエネルギーの

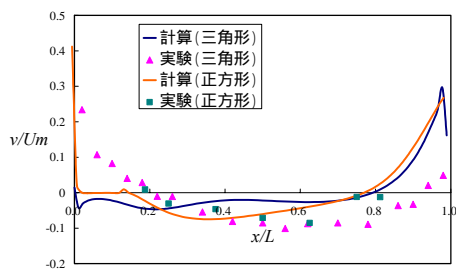
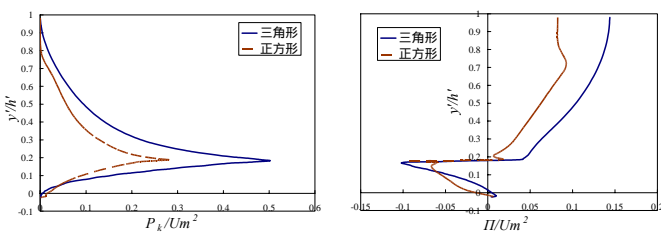


図-4 粗度領域境界面上の鉛直流速

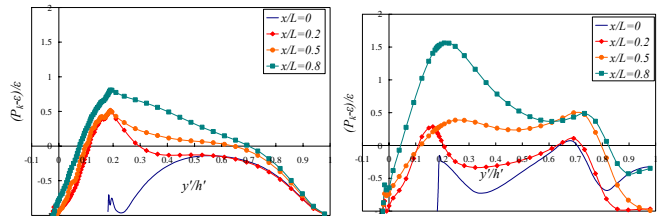


(a) 乱流エネルギーの生産 (b) 外部からの供給項

図-5 平均流エネルギーの収支 (粗度間平均)

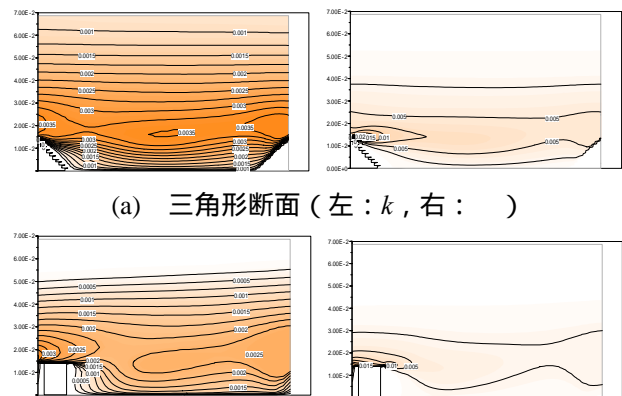
分配を活発にしていることが読み取れる．一方図-6 は乱流エネルギー収支に関して，散逸を基準として生成項 P_k との差を示したものである．正方形では流下するに従い次第に生産が増加するのに対し，三角形ではその増加が低く抑えられたままとっている．これは粗度周辺で，乱れエネルギーの大半を占める大規模渦が崩壊し易いため，下流側でこれが発達しない可能性がある．図-7 は乱流エネルギー k およびその散逸率 ϵ の空間分布である．三角形粗度の方が平均流から多くのエネルギー供給を受け全体的に大きな k の分布を示している．また散逸率も粗度の周辺に加え，粗度間中央部でも三角形の方が大きく，総合的に見て，三角形の方が乱流混合が活発に行われていることが窺える．

4 . 三角形角度の影響



(a) 三角形断面 (b) 正方形断面

図-6 乱流エネルギーの収支



(a) 三角形断面 (左: k , 右: ϵ)

(b) 正方形断面 (左: k , 右: ϵ)

図-7 乱流エネルギーとその散逸率の空間分布

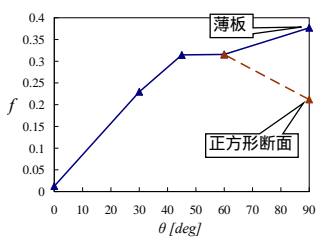


表-4 三角形の斜辺の向きと摩擦損失係数

	断面積	f
上向き	$k^2/2$	0.3352
両側	k^2	0.3144
下向き	$k^2/2$	0.3595

図-8 三角形の角度を変化させた際の摩擦損失係数

三角形断面粗度の形状を様々に変化させることで、三角形粗度の流れについて考察を深めたい。なお相対粗度間隔は8倍に固定する。まず、三角形断面の迎え角度を変化させて計算した結果、図-8を得た。 $\theta=90^\circ$ では薄板となるが、この場合の抵抗が最も大きくなった。比較のため正方形断面での結果も併せて示す。粗度の断面積が増すことで抵抗が小さくなっていることが分かる。この結果は、剥離点直後の乱流混合が、全体の構造に重要な役割を果たしていることを示唆するものと考えられる。一方、三角形の斜辺の向きを変化させた結果を表-4に示す。これによると、下向きに斜辺を配置した場合が最も抵抗が大きい。これは、粗度直前で大きな角度で剥離した流れが鉛直スケールの大きな再循環渦を形成することが大きな原因と考えられる。正方形との違いは剥離点以降の境界条件のみであるが、こ

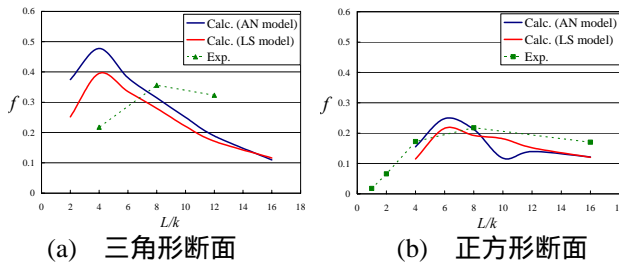


図-9 摩擦損失係数の比較

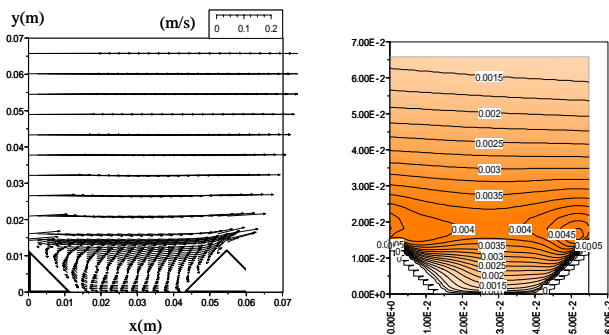


図-10 $L/k=4$ の計算結果 (AN モデル)

の領域で壁による拘束があるか、乱流混合が活発か否か、が大きな要因となっていることが推察できる。

5. 粗度間隔の影響

5-1 摩擦損失係数 摩擦損失係数は圧力勾配から次式で評価した。

$$f = \frac{8\bar{h}}{\rho U_m^2} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (7)$$

図-9に三角形断面、正方形断面粗度の計算結果を示す。正方形断面ではLS, ANモデルとも概ねその抵抗特性を再現することができたが、三角形断面では相対粗度間隔 L/k が小さいほど抵抗が大きくなり評価され、 $L/k=8$ で最大値をとる実験結果を再現することができなかった。ただし、値としては $L/k=8$ が最も実験値に近い。また、粗度間隔が大きくなると断面形状によらず同程度の値を取り、粗度形状の影響が計算結果に反映されなくなった。

5-2 $L/k=4$ における再現性の問題 図-10のベクトル図を見ると、 $L/k=4$ では溝部全体に大きな再循環渦が形成されているが、実験ではこのような明確な渦は観察できなかった。一方乱流エネルギーも、図-7の $L/k=8$ の場合と比べてかなり大きな値をとっている。これは計算上、粗度頂部および溝部での渦混合が相当過大に評価された結果である。これによって、対数則域が全体的に上方に押し上げられ、大きな速度勾配が生じたために、摩擦損失係数が大きくなったと考えられる。

6. おわりに

本研究では粗度を持つマクロな特性を十分再現できたとは言えなかったが、粗度の断面形状による乱流構造の違いははっきりと計算結果に表れた。本研究のような簡便なモデルを用いてもこのような結果が得られたことは注目すべきことである。抵抗特性を記述するパラメータとしては、剥離点以降に流れを拘束する長さ、および偏流角度等が挙げられることが示唆された。しかし粗面乱流の特性を一般的に記述するという目的を達するためには、今回の計算モデルでは不十分であり、今後はLESやDNS等の高精度な乱流モデルを用い、高い解像度をもって詳細な解析を行う必要がある。

<参考文献>

- 1) 安倍・長野・近藤：日本機械学会論文集(B編), 58-554, pp.3003-3010, 1992

指導教官 富永晃宏 教授